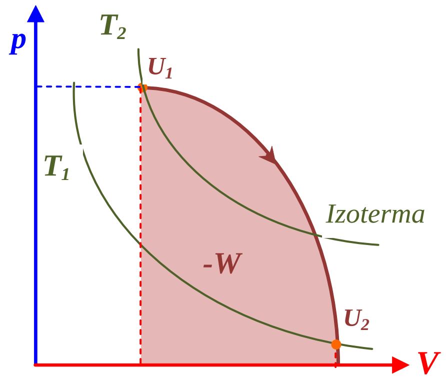
ELTE I.BSC Fizikus
2012/2013 II.félév
(*3-5. csoport*)

TERMODINAMIKA GYAKORLAT 4.
Kvázisztatikus és nem kvázisztatikus folyamatok I.

Belső energia (***U***), keveredés (különleges folyamatok).
Fajhő (***c_p, c_v***), kalorikus egyenlet (Gay-Lussac folyamat)

***1.)* Hőtan első főtétele folyamatokra!**



$$Q_I + W_I = Q_{II} + W_{II}$$

Q, W útvonalfüggő mennyiségek,
*együttesük **<u>útvonalfüggetlen</u> !***
(állapotjelző: ΔU)

$$\Delta U = Q + W$$

$$dU = \delta Q + \delta W$$

2.) ***Q*** folyamat függő (a p-V-diagrammon nem látható, méréssel határozható meg).
Fajhő (***c***, ***C***; fajlagos hő), tömegre (***m***) vagy mólra (***n***) normált:

a) $c_V = \frac{1}{m}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{m}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ állandó térfogaton mért ***fajhő*** *(izochor)*

$C_V = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ állandó térfogaton mért ***mólhő*** *(izochor)*

$c_p = \frac{1}{m}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p$ állandó nyomáson mért ***fajhő*** *(izobar)*

$C_p = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p$ állandó nyomáson mért ***mólhő*** *(izobar)*

***3.)* Adiabatikus elengedés**

Egy edényben melynek térfogata ***V_1*** , ***n=2*** mol kétatomos gáz van, melynek nyomása ***p_1***, hőmérséklete ***t_1*** **(**=127 C°). A gáz felét hirtelen elengedjük (adiabatikusan) úgy, hogy nincs mód hőcserére. Mekkora lesz a bennmaradó gáz hőmérséklete (***t_2*** **=?**), illetve mekkora a hőmérséklet csökkenés (Δ***t*=?**)?

$$p_1V_1 = n_1RT_1;\ p_2V_2 = n_2RT_2;\ n_2 = 2n_1; V_2 = V_1$$

$$\frac{p_1}{T_1} = 2\frac{p_2}{T_2};\ \frac{p_1}{p_2} = 2\frac{T_1}{T_2}$$

Az adiabatikus tágulásra: $p\ V^\gamma = áll.;\ p^{1-\gamma}T^\gamma = áll.$

$$p_1^{1-\gamma}T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma}T_2^\gamma;\ \frac{p_1^{1-\gamma}}{p_2^{1-\gamma}} = \frac{T_2^\gamma}{T_1^\gamma};\ \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma$$

$$\left(2\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}$$

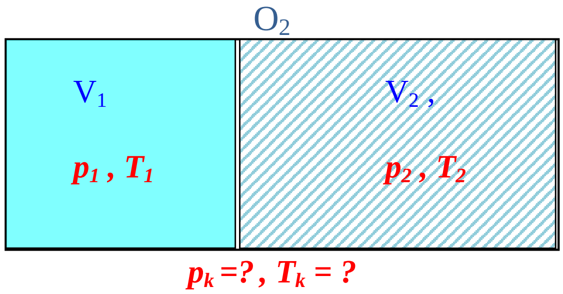
$$2^{\gamma-1}\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma-1}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\gamma}$$

$$2^{\gamma-1}=\frac{T_1}{T_2};T_2=\frac{T_1}{2^{0.4}}=0.758*T_1$$

$$\Delta T=-97\,K^{o}$$

4.) Keveredés és az *U* belső energia.

Két azonos minőségű (pl. O_2), de eltérő állapotú ideális gáz található két szomszédos izolált edényben. Az egyiknek a nyomása p_1=1 atm, a térfogata V_1= 2ℓ, a hőmérséklete t_1=127 C^o, a másiknak nyomása p_2=3 atm, a térfogata V_2= 4ℓ a hőmérséklete t_2=327 C^o. Mekkora lesz a közös hőmérséklet T_k=? , és nyomás p_k=?, ha megszüntetjük az edények között a falat és nem engedünk a környezettel semmilyen kölcsönhatást?



Megoldás:

Ideális gáz: ***pV = n R T*** (ált. gáztörvény)***;*** ***$U= n\, C_v\, T= (C_v/R)\, pV$ (kalorikus egyenlet)***

($m= nM = N\, \mu_a= N\, M/L$; $Nk=nR$; $c_v\, m= c_v\, \mu_a N=C_V\, n$; $c_v\, M=C_V$)

Az extenzív állapothatározók additívak, (az intenzívek kiegyenlítődnek):

$$V= V_1+V_2\,;$$
$$U= U_1+U_2\,;$$
$$N= N_1+N_2\,;$$
$$m= m_1+m_2;$$

Esetünkben: $M_1 = M_2 =M$; (és $C_{V1} = C_{V2}$),

, ezért az utolsó két egyenlet eggyel helyettesíthető:

$n= n_1+n_2$;

A kezdeti adatokkal: $V= V_1+V_2$;

(az U szuperpozitciója helyett): $nT= n_1T_1 + n_2T_2$;

v. másként: $pV= p_1V_1 + p_2V_2$

tehát $$p_k=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{V_1+V_2}$$ és

$$T_k=\frac{n_1T_1+n_2T_2}{n_1+n_2}=\frac{p_1V_1+p_2V_2}{p_1V_1/T_1+p_2V_2/T_2}$$

A házi feladatnál: $M_1 \neq M_2$; és $C_{V1} \neq C_{V2}$!

Általánosan, ha a mólhők nem egyenlők (egy ill. kétatomosak a gázok): $C_{V1} \neq C_{V2}$,

akkor tudni kell, hogy : $NC_V = N_1\, C_{V1} + N_2\, C_{V2}$

(és a: $N= N_1+N_2$; $m= m_1+m_2$; $m_i= n_i\, M_i\, (i=0,1,2)$ egyenletek is szükségesek).

5.)

	$\Delta U = Q + W$		
folyamat	ΔU	Q	W
izochor	$\Delta U = Q$ $\Delta U = nC_v \Delta T$	$Q = n\, C_v \Delta T$	$W=0$
izobár	$\Delta U = nC_v \Delta T$	$Q = n\, C_p \Delta T$	$W = -p\Delta V$
izoterm	$\Delta U = 0$	$Q = -W$ $Q = \int p\, dV$	$W = -\int p\, dV$
adiabatikus	$\Delta U = W$ $\Delta U = -\int pdV$ $\Delta U = n\, C_v \Delta T$	$Q = 0$	$W = -\int p\, dV$

6.) **Adiabatikus folyamat (**kvázisztatikus folyamat):

$$dU = \delta Q + \delta W$$

$$\delta Q = 0; \delta W = -pdV$$

$$dU = nC_V\, dT = -pdV$$

$$nC_V\left(\frac{1}{nR}(pdV + Vdp)\right) = -pdV$$

$$\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)pdV = -\frac{C_V}{R}Vdp$$

$$\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\frac{dV}{V} = -\frac{C_V}{R}\frac{dp}{p}$$

$$\left(1 + \frac{C_V}{R}\right)\ln V = -\frac{C_V}{R}\ln p + konst$$

Robert-Mayer összefüggés: $C_V + R = C_p$

$$(C_V + R)\ln V = -C_V \ln p + konst.$$

$$C_p \ln V = -C_V \ln p + konst.$$

$$\ln V^{C_p} + \ln p^{C_V} = konst.$$

$$pV^{\gamma} = áll.; ahol \quad \gamma = C_p / C_V$$