TERMODINAMIKA 2.

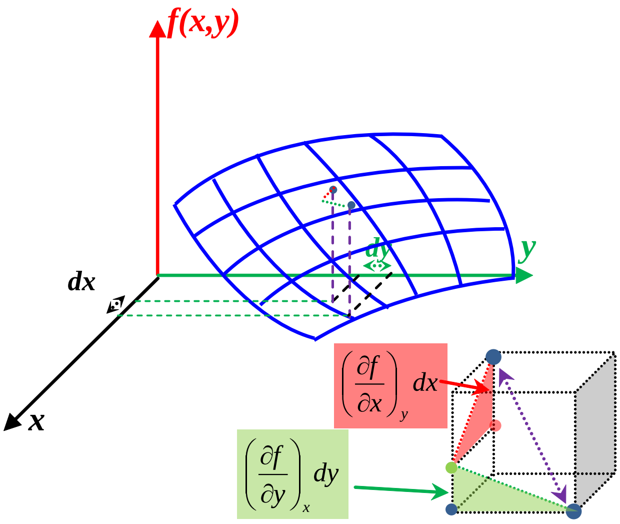
2012/2013 II.félév

(3-5. ***csoport***)

Parciális deriváltak, állapotegyenletek, folyamatok

Közvetett függvény deriváltja (bővítés), inverz fv. deriváltja, hármas szabály.
A második deriváltak, azaz a nevezetes együtthatók (α, β_p , κ_T , …)
Állapotegyenletek.
Nyílt folyamatok (izoterm, izobár, izochor, adiabatikus folyamatok).

$$f(x,y,z) \qquad df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} dz$$



Közvetett függvény deriváltja: $f(y(x),z)$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_z = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_z \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z \quad \text{(bővítés)}$$

Inverz függvény deriváltja: $x(y,z) \Rightarrow y(x,z)$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 1 \Big/ \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \quad \text{(reciprok)}$$

Második vegyes deriváltak (Young): $f(x,y,z)$

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}\right)_z \quad \text{(permutál)}$$

Összefüggő változók: $f(x,y,z) = 0$

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{x,y} dz = 0$$

$$\text{pl.:} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z} \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 0$$

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = -\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,z} \Big/ \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x,z}$$ (háromszor felcserélve)

$$\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_y \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x = -1$$ (hármas szabály)

Ideális gáz állapot felületére alkalmazva (***p***-***V***-***T*** diagramm):

$$f(p,V,T) = 0 = (pV - nRT); \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p = -1$$

A második deriváltak, azaz a nevezetes együtthatók (α, β_p, κ_T, …)

(Az állapotjelzőket nevezzük *első deriváltaknak* /a termodinamikai potenciálok első deriváltjainak pl.: $\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S$; $\left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -p = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ /)

$$\alpha = \tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p ; \ \kappa_T = -\tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T ; \kappa_S = -\tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S$$

1.) ***Állapotegyenlet***ek:

-Ideális gáz: I. ***pV = n R T*** (ált. gáztörvény***);***

(m= nM = N μ_a= N M/L; Nk=nR; c_v m= c_v μ_aN=C_V n; c_v M=C_V)

-Van der Waals gáz (n=1 mólnyi): ***(p+a/V²) (V-b) = R T ;***

-Szilárd anyag (n=1 mólnyi): ***p = - D(V-V₀) +A T ;***

2.) Ideális gáz nevezetes együtthatói:

$$\alpha_p = \tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \tfrac{1}{T}$$ ***hőtágulási együttható*** *(térfogati, izobár)*

$$p\,dV + V\,dp = nR\,dT ; dp = 0 \Rightarrow \left.\frac{dV}{dT}\right|_p = \frac{nR}{p}$$

$$\kappa_T = -\tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = \tfrac{1}{p}$$ ***kompresszió modulus*** (izoterm)

$$p\,dV + V\,dp = nR\,dT = 0 \Rightarrow \left.\frac{dV}{dp}\right|_T = -\frac{V}{p}$$

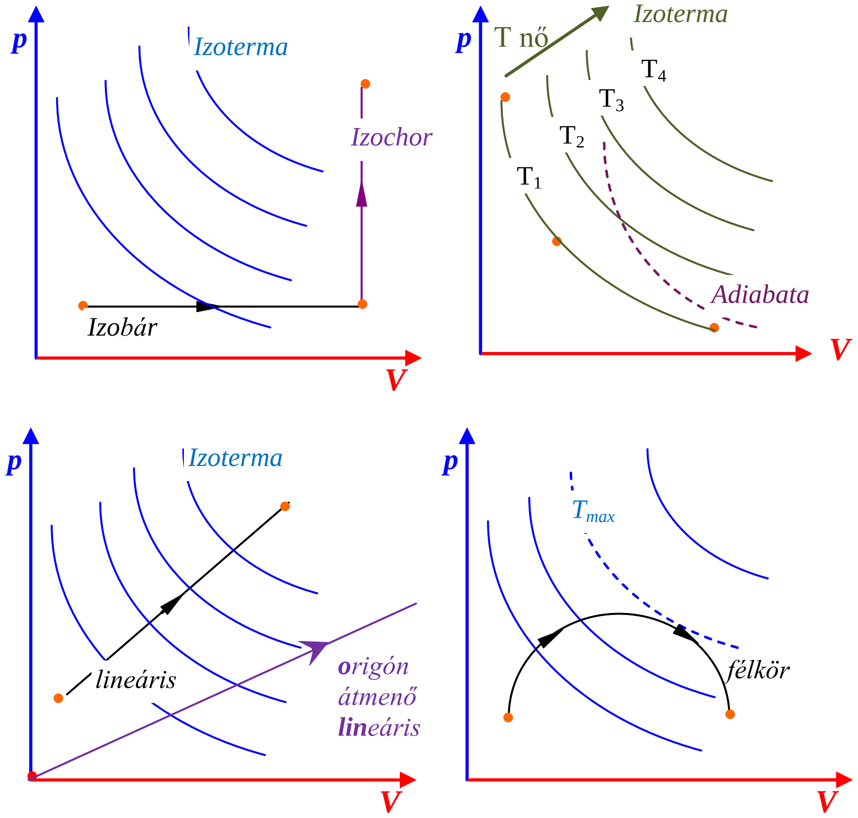
$$\kappa_S = -\tfrac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = \tfrac{1}{\kappa p}$$ ***kompresszió modulus*** (adiabatikus)

$$pV^\gamma = \text{állandó} \ (\text{adiabata})$$

$$p\kappa V^{\gamma-1}dV + V^\gamma dp = 0 \Rightarrow \left.\frac{dV}{dp}\right|_S = -\frac{V}{\gamma p}$$

3.) Nyílt ***folyamat***ok***:***

izoterm (T =áll), izochor (V =áll), izobár (p =áll), adiabatikus (S =áll),



4.) Félkör folyamat maximális hőmérséklete. (HF)