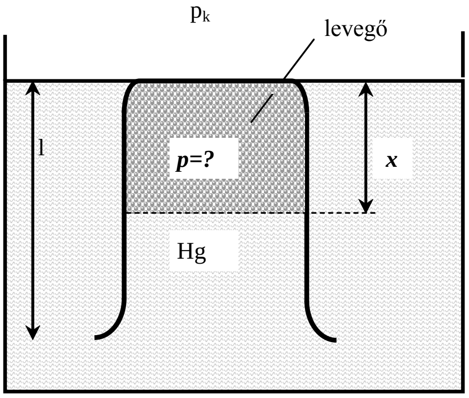
Termodinamika
I.Fizika BSC 2010-2011 II. félév
Zárthelyi dolgozat I.

1.) Egy mérőhengert nyitott végénél fogva talpig a **Hg**-ba nyomunk az ábra szerint.



Mekkora lesz a levegő nyomása a mérő-hengerben (***p =?***) ?
(A mérőhengerből nem távozik el levegő, a **Hg**-ba merítéskor; a mérőhenger hossza: ***l=19cm; ρ_{Hg}=1,36×10⁴ kg/m³; p_k=10⁵ Pa***).

30 pont

Megoldás:

A ***kezdeti*** hossza a gáznak: ℓ ; a végső hossza x.
a ***kezdeti*** térfogata: V_o= ℓ*A; a végső gáz térfogat : $V_{gáz}$ = x*A.
Kezdetben a nyomás p_k; végállapotban a p nyomás a Hg szintek különbségével, h-val több, azaz: $p = p_k + \rho_{Hg} gh$

A h azonban nem ℓ, hanem az ismeretlen x /közlekedő edény/!
Tehát: $p = p_k + \rho_{Hg} gx$

Az összenyomás izoterm folyamat, azaz T-nem változik, használható a Boyle Mariotte törvény (A-val egyszerűsítés után): $p_k \ell = p\, x$; $p_k \ell = \left(p_k + \rho_{Hg} gx\right)x$, azaz

$$x^2 \rho_{Hg} g + x p_k - p_k \ell = 0$$

Így : $x = \dfrac{-p_k \pm \sqrt{(p_k)^2 + 4 p_k \ell \left(\rho_{Hg} g\right)^2}}{2\rho_{Hg} g}$ (csak a pozitív gyök felel meg!)

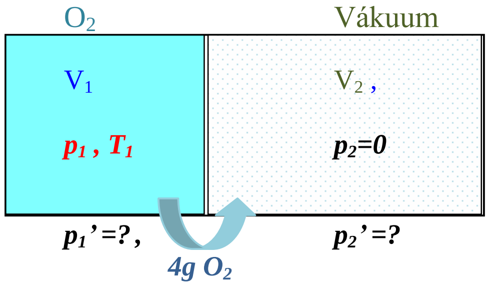
Tehát $p = p_k + \left(\dfrac{-p_k + \sqrt{(p_k)^2 + 4 p_k \ell \left(\rho_{Hg} g\right)^2}}{2\rho_{Hg} g} \right) \rho_{Hg} g$

$$p = \frac{p_k}{2} + \frac{\sqrt{p_k^2 + 4 p_k \ell \left(\rho_{Hg} g\right)}}{2}$$

Numerikusan: $p_k = 4\ell \left(\rho_{Hg} g\right)$=76 Hgcm, tehát $p = \dfrac{1+\sqrt{2}}{2} p_k$ =91 Hg cm= 1.205*10⁵ Pa.

. 30 pont

2.) Egy V_1= *4* dm^3 térfogatú edényben p_1= 3×10^5*Pa* nyomású, t_1=*20* C^o hőmérsékletű



oxigén gáz van. A mellette levő tartály teljesen üres, térfogata: V_2= *3* dm^3 (p_2= *0*)**.** Mekkorák lesznek a nyomások az egyes tartályokban (p_1'=?; p_2'=?), ha ***m=4g***-nyi gázt hirtelen átengedünk egy áteresztő csapon keresztül balról jobbra? (***M_{O2}=32 g/mol; R= 8,31 J/molK)***
(Lásd: Gay-Lussac kisérlet!) ***30 pont***

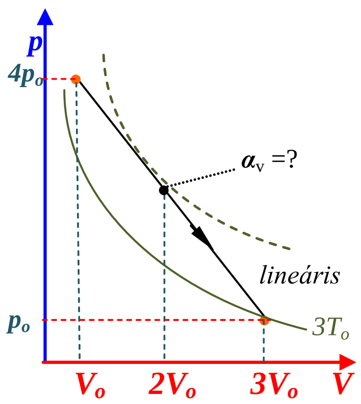
Megoldás:
A Gay-Lussac folyamatban a belső energia nem változik (ΔU=0, mert Q= 0 és W=0), ez azt jelenti , hogy ugyan az a hőmérséklet a végén, mint kezdetben volt (T_1'=T_1=T_2'= 293 K).
(A folyamat nem izoterm folyamat, mert a beeresztés közben nincs egyensúlyi nyomás egyik oldalon sem! Az általános gáztörvényben szereplő kezdeti és véghőmérsékleteket azonban tudjuk.)
Kezdetben: $p_1V_1=n_1RT_1$. Innen adódik az oxigén móltörtje $n_1=0.5mól$, azaz $m_1=16g$.
Ebből $m_2=4g$ -t átengedve, marad a balodalt $m_1'=12g$. Tehát

$$p_1'V_1=n_1'RT_1 \text{, azaz } p_1'=n_1'\frac{RT_1}{V_1}=\left(n_1-\frac{m_2}{M}\right)\frac{RT_1}{V_1}=\left(\frac{p_1V_1}{RT_1}-\frac{m_2}{M}\right)\frac{RT_1}{V_1}=\frac{9}{4}*10^5Pa$$

$$p_2'=n_2'\frac{RT_2'}{V_2}=\left(\frac{m_2'}{M}\right)\frac{RT_1}{V_2}=1*10^5Pa$$

: ***30 pont***

3.) Egy mólnyi kétatomos ideális gázzal végezzünk egy lineáris folyamatot ($4p_o$, V_o, $4T_o$) kezdeti és a (p_o, $3V_o$, $3T_o$) végpont között!



a) Határozza meg a gáz folyamatbani térfogati hőtágulási együtthatóját középen (***$\alpha_V(2V_o)$=?***) a $2V_o$–térfogatnál)!
25 pont

b) Mekkora a munkavégzés (***W=?***) és a hőközlés (***Q=?***) a kezdeti és a végpont között? ***25 pont***

Definició: $\alpha_V=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{folymat}$; ***R= 8,31 J/molK***

Megoldás:

a) A definició szerinti derivált **nem** az izobár hőtágulási együttható! $\alpha_V=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{folymat}$,

Hiszen a folyamat egyenlete: $p(V)=-\frac{3p_o}{2V_o}V+\frac{11}{2}p_o$ nem vízszintes egyenest ír le.

A dV és a dT differenciák hányadosait az általános gáztörvény és a folyamat egyenletének szimultán deriválásával határozhatjuk meg: $df(p,V)=\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_V dp+\left(\frac{\partial f}{\partial V}\right)_p dV$,

$V\,dp+p\,dV=nRdT$; és $dp=-\frac{3p_o}{2V_o}dV$. A dp-t kiküszöbölve:

$$V\left(-\frac{3p_o}{2V_o}\,dV\right)+p\,dV=nRdT\,;\;\left(-\frac{3p_o}{2V_o}V+p\right)dV=nRdT$$

$$\frac{dV}{dT}=\frac{nR}{-\frac{3p_o}{2V_o}V+p}=\frac{nR}{-\frac{11}{2}p_o+2p}$$

Általában tehát: $\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{folymat}=\dfrac{nR}{-\frac{11}{2}p_oV+2pV}$

Konkrétan, középen ($2V_o$, 5/2 p_o): $\alpha_V^{2V_o,5/2\,p_o}=\dfrac{nR}{\left(-\frac{11}{2}+5\right)p_o(2V_o)}=-\dfrac{1}{T_o}$: ***25 pont***

b) A munkavégzés folyamat egyenese alatti (trapéz) terület -1 szerese!

$$W=-\int_{kezd}^{vég}pdV=-\int_{V_o}^{3V_o}\left(-\frac{3p_o}{2V_o}V+\frac{11}{2}p_o\right)dV=\left|-\frac{3p_o}{2V_o}V^2+\frac{11}{2}p_oV\right|_{V_o}^{3V_o}$$

10 pont

$$W=-\frac{(4p_o+p_o)}{2}(3V_o-V_o)=-\left(\frac{5}{2}p_o\right)(2V_o)=-5nRT_o$$

$$Q=\Delta U-W$$

$$\Delta U=\left|U\right|_{kezd}^{vég}=\left|U\right|_{4T_o}^{3T_o}=nC_V(3T_o-4T_o)=-\frac{5}{2}nRT_o$$

ahol $C_V = 5/2\,R$.

$$Q=-\frac{5}{2}nRT_o+5nRT_o=\frac{5}{2}nRT_o$$

15 pont

Maximális pontszám: ***110 pont***

-Ponthatárok: **2**: 40 pont-; **3**: 55 pont-; **4**: 70 pont-; **5**: 85 pont

Budapest, 2011. Április 3.

dr. Kojnok József