ELTE I.Fizikus 2004/2005 II.félév

KISÉRLETI FIZIKA

Elektrodinamika

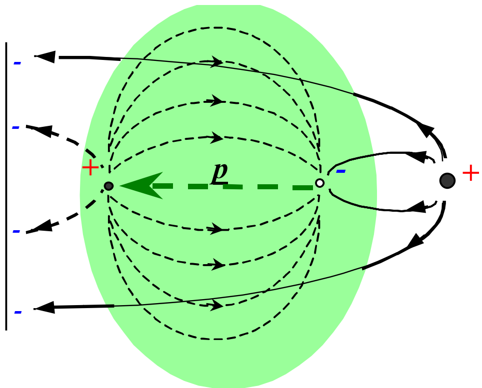
3. (III. 1-4.)

Elektrosztatika és anyagok

2.) Szigetelők az elektrosztatikus térben

= ***nincs szabad töltés, ezért nincs*** *(sokat)* ***elmozduló töltés***

= ***dipól leárnyékol*** *(nem olyan tökéletesen, mint a szabad töltés)*



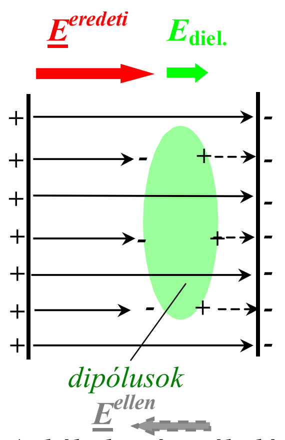
Dipól tere:

$$\underline{E}^d(\underline{r}) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{\underline{p}}{r^3} - \frac{3(\underline{p}\,\underline{r})\underline{r}}{r^5}\right)$$

Dipól energiája $\underline{E}^k$ külső térben:

$$E^{dip.}_{energ.} = e\left(\Phi(\underline{r}) - \Phi(\underline{r}+\underline{l})\right) =$$

$$= e\,\underline{l}\,grad\Phi(r) = -\underline{p}\,\underline{E}^k = -\underline{p}\,\underline{E}^k$$



(tökéletlen árnyékolás)

$(E^{ellen} < E\ ;\ E_{diel.} \neq 0)$

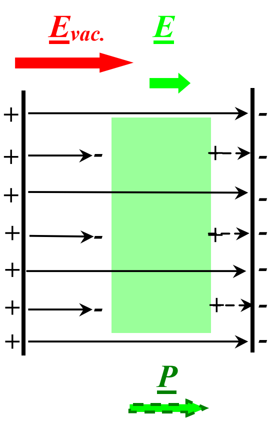
Coulomb törvény közegben:

$$\underline{F}_{1,2} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{\varepsilon}\frac{e_1 e_2}{R^2}\frac{\underline{R}}{R}\text{, ahol}$$

az ε a közeg *árnyékolási tényezője. (ε_r)*

Terminológiák:

A leárnyékolt teret $\underline{E}_{diel}$ index nélkül emlegetjük, hiszen az a közegben észlelt valódi /~ F/ térerősség $\underline{E}$.



Az eredeti, közeg hiányában levő térerősséget $\underline{E}^{er.}$, szokásos $\underline{E}^{vac}$ -ként elnevezni, ennek ε_o -szorosa lesz a *dielektromos eltolásvektor* ($\underline{D}$).

$$\underline{D} = \varepsilon_o\,\underline{E}^{vac}$$

A leárnyékoló dipólusok ellenterét $\underline{E}^{ell.}$, sokszor *depolarizációs térnek* is hívják.
Mi ennek mínuszegyszeresét - a ***$\underline{P}$ polarizáció*** vektort- használjuk, mert annak az anyagra (**a közegre és <u>nem</u> a térre**) jellemző jelentése van.

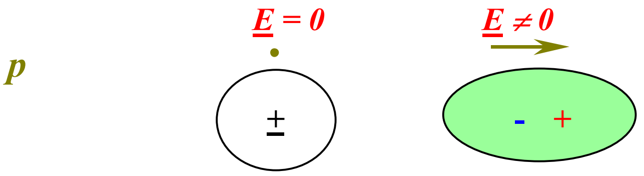
Dipól (semleges ugyan, de nem elhanyagolható az elektromos járuléka).

P̲- polarizáció: *$\underline{P} = \underline{p}/V$ dipólmomentum sűrűség* *(makro)*

$\underline{p}$ - atomi dipól momentum *(mikro)*

A külső tér megjelenése mindig polarizál!

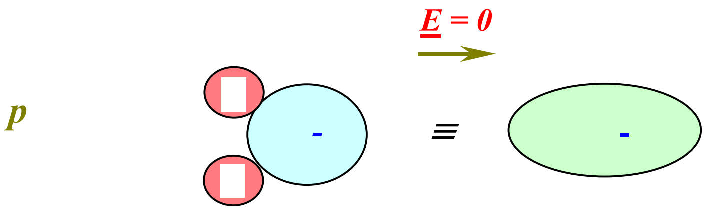
a) indukált dipól (apoláros anyag) $\boldsymbol{\underline{P}(\underline{E} = 0) = 0}$ *és* $\boldsymbol{\underline{p}(\underline{E} = 0) = 0}$



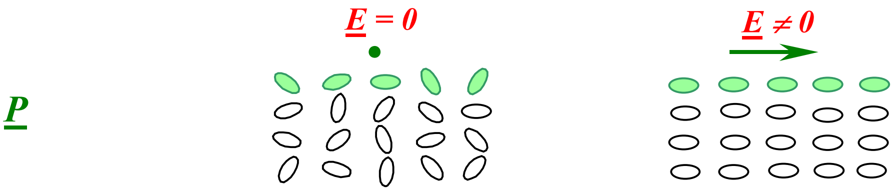
atomi polarizáció

b) poláros anyag

=rendezetlen $\boldsymbol{\underline{P}(\underline{E} = 0) = 0}$ *és* $\boldsymbol{\underline{p}(\underline{E} = 0) \neq 0}$

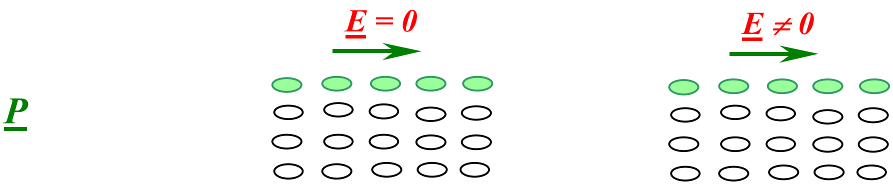


ionos polarizáció



=rendezett $\boldsymbol{\underline{P}(\underline{E} = 0) \neq 0}$ *és* $\boldsymbol{\underline{p}(\underline{E} = 0) \neq 0}$

Ferroelektromosság *($BaTiO_3$)*



***Maxwell* egyenlet (I.) polarizálható anyag jelenlétében:**

$$\mathrm{div}\,\underline{E} = (1/\varepsilon_o)\rho_{összes} = 1/\varepsilon_o\,(\rho_{szabad} + \rho_{polarizált})$$

$$\boxed{\mathrm{div}\,\underline{D} = \rho_{szabad}}$$

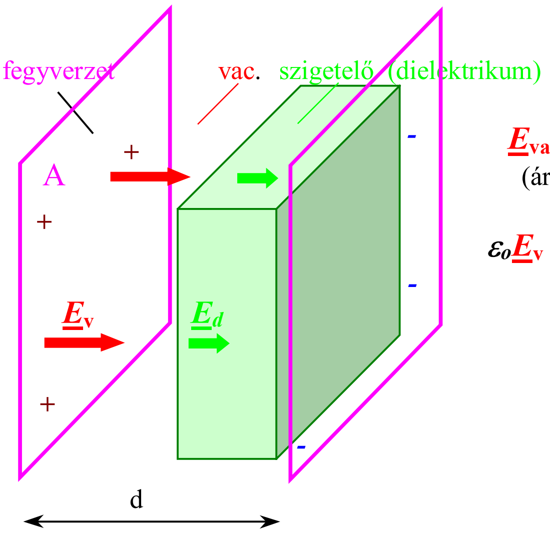
$\underline{D} = \varepsilon_r\,\varepsilon_o\,\underline{E}$ ***(korlátozottan !)***

$\underline{P} = \chi\,\varepsilon_o\,\underline{E}$ ***($\underline{P}$ polarizáció ; $\underline{P} = \underline{p}/V$ dipólmomentum sűrűség)***

$\varepsilon_r = 1 + \chi$ ***(χ szuszceptibilitás)***

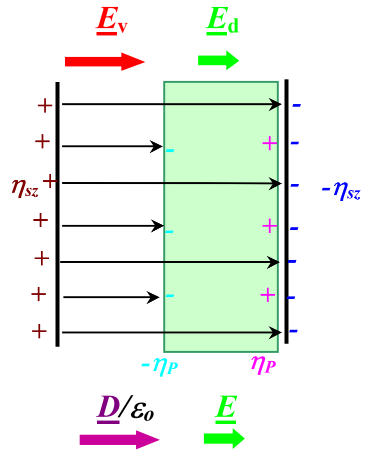
$$\underline{D} = \varepsilon_o \underline{E} + \underline{P}$$

Kondenzátor



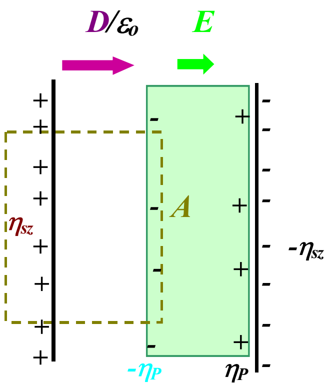
$\underline{E}_{vac.} > \underline{E}_{diel.}$
(árnyékolás)

$\varepsilon_o \underline{E}_v = \underline{D}$



$\eta_{sz} > \eta_P$

Az η_P az anyagbeli dipólok, helyettesítése felületi töltésekkel.

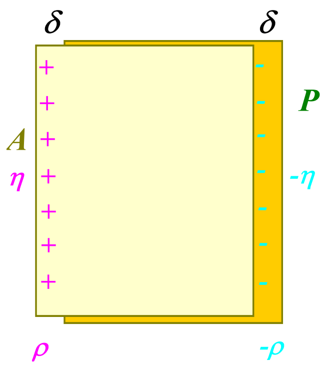


$$\iint \underline{E}\, d\underline{A} = Q_ö / \varepsilon_o$$

$$E\, A = (\eta_{sz} - \eta_P)\, A / \varepsilon_o$$

$$\varepsilon_o\, E + \eta_P = \eta_{sz}$$

$$\varepsilon_o\, E + P = D = \eta_{sz}$$

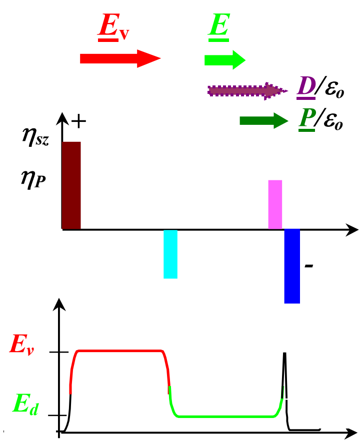


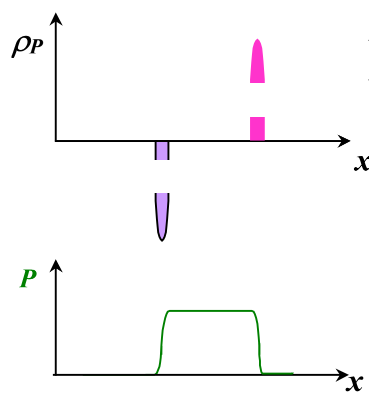
$$p = q\delta;\ \rho = q/V$$

$$P = p/V = q\delta/V = \rho\delta = \eta$$

$$\eta A = \rho\delta A = Q_p$$

$$\boxed{P = \eta_P}$$





$$\rho_P = -\, dP/dx$$

$$\rho_P = -\, div\ P$$

Szuszceptibilitás (χ_e):

$\underline{P} \sim \underline{E}$, *akkor* $\underline{P} = \chi\, \varepsilon_o\, \underline{E}$; $\varepsilon_r = 1 + \chi$

a) apoláros anyag $\chi \sim T$ *független és kicsi* $(10^{-2} - 10^{-5})$

b) poláros anyag

=Curie törvény: $\chi \sim 1/T$ *és kissé nagyobb* $(10^{-1} - 10^{-2})$

=Ferroelektromosság: $\chi \sim 1/(T-T_c)$ *és nagyon nagy* $(1 - 10^{2})$

(T_c- közelében, fölött)

Kristályoknál ($\underline{E}$ $\underline{D}$ nem feltétlenül párhuzamos!) :

$\underline{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}\, \varepsilon_o\, \underline{E}$, *ezért*

$$\underline{\underline{\varepsilon}} \equiv \begin{matrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{matrix}$$

*Regionálisan, homogén szigetelő tartományok **határán** (ha nincs töltés):*

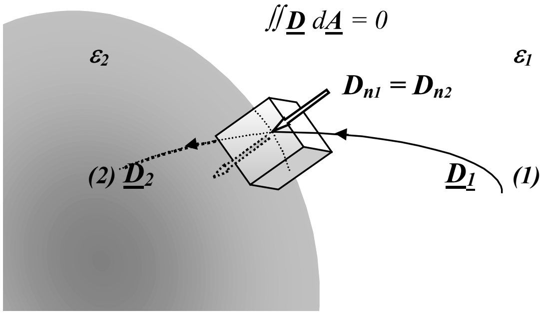
$\boxed{E_{t1} = E_{t2}}$ *és* $\boxed{D_{n1} = D_{n2}}$ *, mert*

$\mathbf{rot}\ \underline{E} = 0$ *és* $\mathbf{div}\ \underline{D} = 0$ *, azaz*

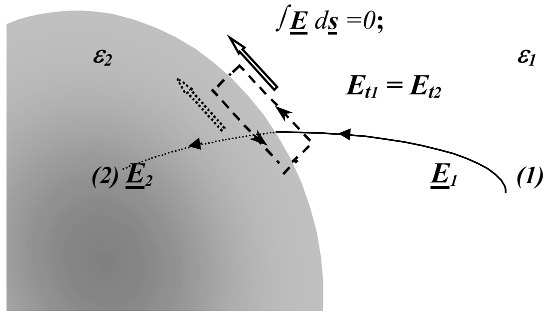
$\int \underline{E}\, d\underline{s} = 0$ $\iint \underline{D}\, d\underline{A} = 0$

a határt befoglaló vonalra, *a határt bezáró felületre:*

Dielektrikumok határán
a $\underline{D}$ eltolás

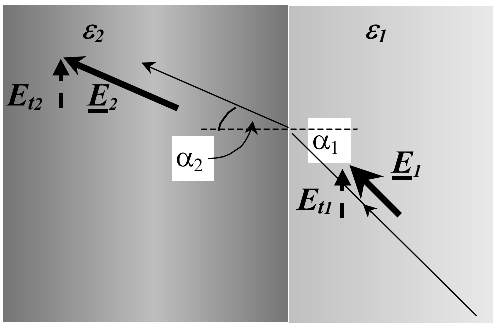


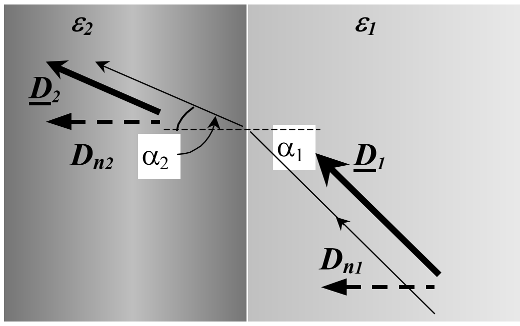
Dielektrikumok határán
az $\underline{E}$ térerősség



Dielektrikumok határán az erővonalak töréstörvénye:

az $\underline{\boldsymbol{E}}$ térerősség — a $\underline{\boldsymbol{D}}$ eltolás





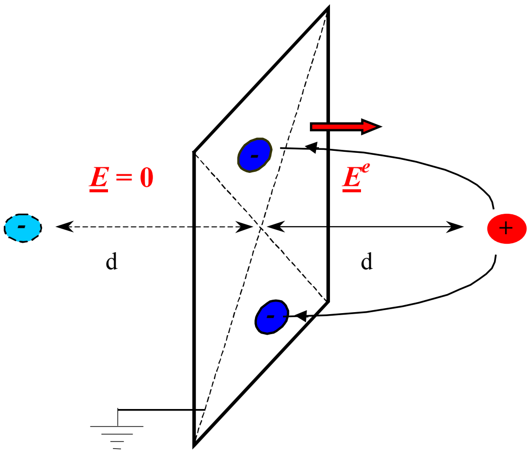
$$E_{t1} = E_{t2} \qquad\qquad D_{n1} = D_{n2}$$

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} \qquad\qquad D_{t1}/\varepsilon_1 = D_{t2}/\varepsilon_2$$

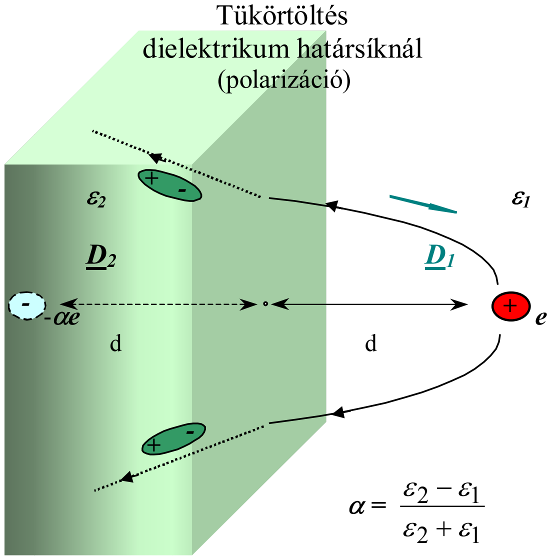
$$\varepsilon_1 (E_{n1}/E_{t1}) = \varepsilon_2 (E_{n2}/E_{t2})$$

$$\varepsilon_1 / \varepsilon_2 = tg\alpha_1 / tg\alpha_2 \qquad (tg\alpha_i = E_{ti}/E_{ni} = D_{ti}/D_{ni})$$

Tükörtöltés
fém határsíknál
(megosztás)

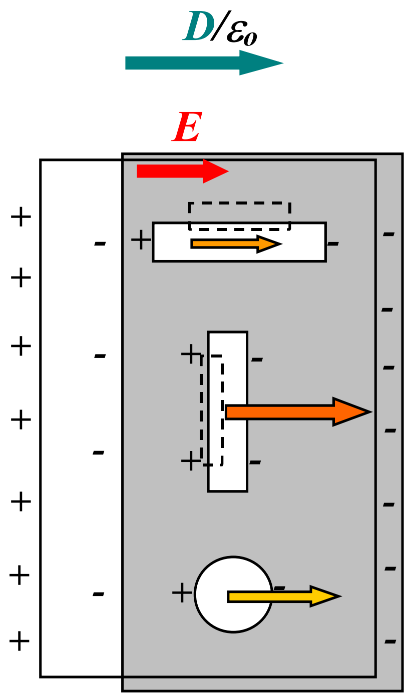


Tükörtöltés
dielektrikum határsíknál
(polarizáció)



$$\alpha = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}$$

Az elektromos tér dielektrikum üregben:



$E_{\ddot{u}}^{l.} = E\;;$ $\quad E_{t1} = E_{t2}$ *(kicsi)*

$D_{\ddot{u}}^{tr.} = D\;;$ $\quad D_{n1} = D_{n2}$

$\underline{E}_{\ddot{u}}^{tr.} = \varepsilon E = E + P/\varepsilon_o$ *(nagy)*

$E_{\ddot{u}}^{g.} = E + P/3\varepsilon_o$ *(közepes)*

Térenergia anyag jelenlétében:

$$C_\varepsilon = \varepsilon C$$

$$E_{energ.} = \tfrac{1}{2}\, C\, \Phi^2 = \tfrac{1}{2}\, e\, \Phi = \tfrac{1}{2} \iiint \rho \Phi \, dV =$$

$$= \tfrac{1}{2} \iiint \mathrm{div}\, \underline{D}\, \Phi \, dV = \tfrac{1}{2} \iiint (\underline{\nabla}\, \underline{D})\, \Phi \, dV =$$

$$= \tfrac{1}{2} \underbrace{\iiint \underline{\nabla} (\underline{D}\, \Phi)\, dV}_{=0} - \tfrac{1}{2} \iiint \underline{D}\, (\underline{\nabla} \Phi)\, dV =$$

és $\underline{E} = -\underline{\nabla}\Phi = -\mathrm{grad}\,\Phi$

, tehát : $E_{energ} = \tfrac{1}{2} \iiint \underline{E}\, \underline{D}\, dV$ *(korlátozottan, de legtöbbször!)*

$$E_{energ} = \iiint \int \underline{E}\,(\underline{D}')\, d\underline{D}'\, dV$$

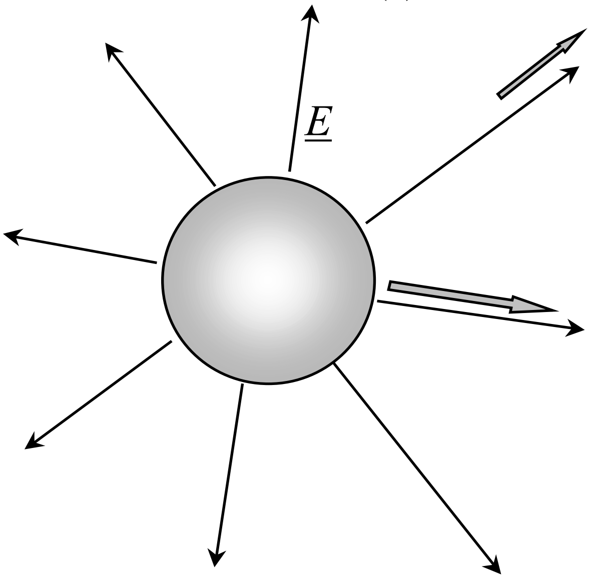
$w = \tfrac{1}{2}\, \underline{E}\, \underline{D}$ ***energiasűrűség ;*** $\quad W = \iiint w\, dV$

Az energia a <u>térhez</u>, és <u>nem</u> a <u>töltéshez</u> tartozó!

Alkalmazások:

1. Az elektron sugara (r_e).

Az elektron (?)



Töltéseloszlás az elektronon belül?

$$\boldsymbol{E_{energ} = \tfrac{1}{2}\, e\, \Phi(r_e) = \tfrac{1}{2}}\ \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{r_e}$$

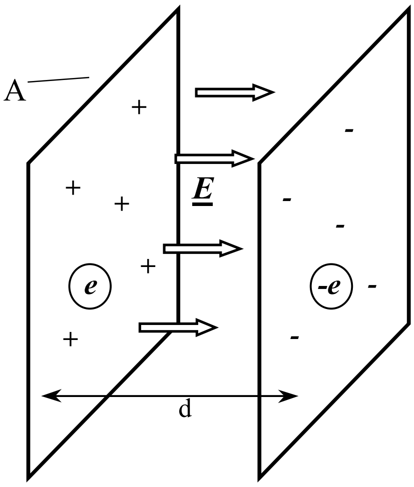
(belül semmmi!, fémgömb?)

és $\boldsymbol{E_{energ} = m_e\, c^2}$.

$$\boldsymbol{r_e =} \frac{1}{8\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{m_e c^2}$$

2. A kondenzátor fegyverzetei között ható erő.

Kondenzátor
fegyverzetei között ható erő



Nem:

$$\cancel{F^{fegyv.} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{e^2}{d^2}\ (?!!)}$$

, hanem

$$F^{fegyv.} = \frac{1}{2\varepsilon_o}\frac{e^2}{A}$$

(d független!)

$$F^{fegyv.} = \frac{1}{2}\, eE$$

$\boldsymbol{\{= -\, grad\ (E_{energ}) = -\, grad\ (U_{pot})\}.}$

Töltések önmagukra nem hatnak, saját energia sem tartozik hozzájuk, csak a térben van energia.

(Weber-Kohlrausch kisérlet!)